

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**Renata Karla da Silva Oliveira**

**As dificuldades apresentadas por alunos do 6º ano do Ensino  
Fundamental na Resolução de Problemas matemáticos  
envolvendo subtração com números naturais**

Rio Tinto – PB  
2015

**Renata Karla da Silva Oliveira**

**As dificuldades apresentadas por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental na Resolução de Problemas matemáticos envolvendo subtração com números naturais**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

**Orientadora:** Prof.<sup>a</sup> Ms. Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva

Rio Tinto – PB  
2015

O48d

As dificuldades apresentadas por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas matemáticos envolvendo subtração com números naturais. / Renata Karla da Silva Oliveira. – Rio Tinto: [s.n.], 2015.  
57f. : il. -

Orientador (a): Prof. Msc. Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva.  
Monografia (Graduação) – UFPB/CCAE.

1. Matemática - ensino e aprendizagem. 2. Problemas - matemática. 3. Números naturais - matemática. 4. Subtração - matemática.

UFPB/BS-CCAE

CDU: 51(043.2)

# **As dificuldades apresentadas por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental na Resolução de Problemas matemáticos envolvendo subtração com números naturais**

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

**Orientador (a):** Prof.<sup>a</sup> Ms. Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva

**Aprovado em:** \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

## **BANCA EXAMINADORA**

---

Prof.<sup>a</sup> Ms. Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva – UFPB/DCE (Orientadora)

---

Prof.<sup>a</sup> Ms. Maria da Conceição Alves Bezerra – UFPB/VIRTUAL (Examinadora)

---

Prof.<sup>o</sup> Ms. Givaldo de Lima – UFPB/DCX (Examinador)

Aos meus pais, pelo incentivo, carinho e apoio irrestrito, propiciando vitória nesta minha caminhada.

## AGRADECIMENTOS

A **Deus**, por estar ao meu lado em todos os momentos e me permitir alcançar mais esta vitória. Toda honra e toda glória sejam dadas a Ele.

Aos **meus pais**, Maria Emília e Severino Alves pelo amor, apoio, incentivo e por acreditar que eu seria capaz. Muito obrigada, essa conquista é de vocês.

Ao **meu irmão**, José Rafael que do seu jeito sempre torceu por mim.

Ao **meu noivo**, Francisco Leitão por sua grande paciência comigo em minhas ausências durante esses anos.

A **minha orientadora**, Jussara Patrícia pelo estímulo e por sua paciência durante o período da orientação, tornando possível a conclusão deste trabalho.

Aos **colegas de curso**, pelas trocas de experiências, pelas alegrias e pelo convívio. Em especial agradeço a Marcelino Carvalho por ter me ajudado nos momentos que mais precisei, a Adelson Madruga pelas palavras positivas de que tudo daria certo, a Rafael Oliveira e a Ivânia Dias pelos incentivos que foram essenciais para eu chegar até aqui. Enfim, agradeço aos demais Bruno Gomes, Francinaldo de Meireles, Ubiratan Dias, Mariana Carvalho, Ramon Castro, Aldair Jobson, Jéssica Araújo por todos esses momentos vividos juntos e compartilhados.

Aos **colegas de trabalho**, por ter acompanhado comigo essa trajetória, pelos momentos compartilhados e por toda confiança depositada.

As **minhas amigas**, Joelma Maria, Daniela Silva e Mariana Carvalho, por fazerem parte da minha vida e por também fazer parte deste momento. Obrigada.

Aos **professores** do curso de Licenciatura em Matemática do Campus IV – Litoral Norte por contribuírem na minha formação pessoal e profissional em especial a Cristiane Borges Ângelo, Agnes Liliane, Emmanuel Falcão, Laudelino Menezes, Givaldo de Lima, Marcos André Valcácio, Cibelle Castro, Surama Ismael e Elias Filho.

“A humildade exprime uma das raras certezas de que  
estou certo: a de que ninguém é superior a ninguém.”

Paulo Freire

## **RESUMO**

A presente pesquisa tem como objetivo identificar por meio das atividades aplicadas as dificuldades apresentadas por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental na Resolução de Problemas envolvendo a operação da subtração com números naturais. Para isso, usamos como base vários autores como Van de Walle (2009), Toledo e Toledo (1997), Parâmetros Curriculares Nacionais (1997/1998), Polya (1995) dentre outros. Quanto aos objetivos a pesquisa foi classificada como uma pesquisa qualitativa exploratória. Quanto à coleta de dados a pesquisa realizou um estudo de caso, pois permitiu um estudo mais profundo e detalhado do conhecimento. A atividade foi feita com base nas ideias da subtração retirar, comparar e completar. A aplicação das atividades ocorreu no mês de Junho de 2015 para 62 alunos de duas turmas do 6º ano do Ensino Fundamental. Para ajudar na análise dos resultados um questionário também foi aplicado. Os resultados obtidos apontam que grande parte dos alunos consegue identificar nos problemas matemáticos quais os procedimentos a serem usados, porém a maior parte deles apresenta dificuldade quando se resolve subtração com reservas.

Palavras-chaves: Resolução de Problemas. Subtração. Dificuldades da aprendizagem.



## **ABSTRACT**

This research aims to identify through the activities applied the difficulties presented by students of the 6th year of elementary school in solving problems involving the operation of subtraction with natural numbers. For this we use based on several authors such as Van de Walle (2009), Toledo and Toledo (1997), National Curriculum Standards (1997/1998), Polya (1995) among others. As for the research objectives was classified as an exploratory qualitative research. As for data collection research we conducted a case study because it allowed a deeper and more detailed study of knowledge. The activity was based on the subtraction of ideas remove, compare and complete. The implementation of the activities took place in June 2015 to 62 students in two classes of the 6th year of elementary school. To help in analyzing the results a questionnaire was also applied. The results indicate that most students can identify the mathematical problems which procedures to be used, but most of them have difficulty when it decides the method of exchange.

**Key words:** Resolution of Problemas. Subtraction. Learning difficulties

## LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Processo de recurso à ordem superior.....	28
Figura 02 – Processo de recurso à ordem superior com algarismo zero.....	29
Figura 03 – Processo de compensação.....	29
Figura 04 – Item A da Primeira questão da atividade.....	35
Figura 05 – Item B da Primeira questão da atividade.....	37
Figura 06 – Segunda questão da atividade.....	37
Figura 07 – Ideia de retirar.....	38
Figura 08 – Ideia da soma complemento.....	38
Figura 09 – Erros mais comuns.....	39
Figura 10 – Terceira questão da atividade.....	39
Figura 11 – Acertos relacionados à subtração com reserva.....	39
Figura 12 – Erros por relacionar <i>mais</i> à operação da subtração.....	40
Figura 13 – Erros relacionados à subtração com reserva.....	40
Figura 14 – Quarta questão da atividade.....	41
Figura 15 – Acertos com as reservas.....	42
Figura 16 – Erros por relacionar o zero à soma.....	42
Figura 17 – Erros por relacionar o zero à multiplicação.....	43
Figura 18 – Erros com as reservas.....	43
Figura 19 – Quinta questão da atividade.....	44
Figura 20 – Exemplo de acerto do 1º item.....	45
Figura 21 – Exemplo de acerto do 2º item.....	45

Figura 22 – Exemplo de acerto do 3º item.....	46
Figura 23 – Exemplo de acerto do 4º item.....	46
Figura 24 – Sexta questão da atividade.....	47
Figura 25 – Acertos da questão.....	47
Figura 26 – Principal erro.....	48

## LISTA DE QUADROS

Quadro 01 – Índices de acertos da questão 01.....	36
Quadro 02 – Índices de acertos da questão 05.....	44
Quadro 03 – Qual questão você achou mais fácil.....	48
Quadro 04 – E, qual questão você achou mais difícil.....	49
Quadro 05 – Que operação da Matemática você mais gosta.....	49
Quadro 06 – Você já tinha visto uma subtração desse tipo.....	50

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>12</b>
1.1	Apresentação do tema.....	12
1.2	Justificativa.....	13
1.3	Objetivos.....	14
1.4	Metodologia da pesquisa .....	14
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>	<b>16</b>
2.1	A Matemática e o seu ensino na atualidade.....	16
2.2	A Resolução de Problemas: uma aliada no ensino de Matemática .....	16
2.3	As operações básicas nos documentos oficiais .....	20
2.4	O ensino de subtração no Ensino Fundamental.....	24
2.5	Os significados da subtração e os procedimentos de cálculo .....	27
<b>3</b>	<b>APRESENTAÇÃO DOS DADOS E DESENVOLVIMENTO DA INTERVENÇÃO</b>	<b>31</b>
3.1	Caracterização do ambiente da pesquisa .....	31
3.2	Sujeitos da pesquisa.....	31
3.3	Instrumento de coleta de dados .....	32
3.4	Metodologia da intervenção .....	33
3.5	Descrição da aplicação da atividade.....	33
<b>4</b>	<b>ANÁLISE DOS RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>	<b>35</b>
4.1	Análise dos resultados .....	35
	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>51</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>52</b>
	<b>APÊNDICES .....</b>	<b>53</b>
	Apêndice 01 – Instrumento utilizado na pesquisa .....	53
	Apêndice 02 – Questionário da atividade.....	56

## INTRODUÇÃO

### 1.1 Apresentação do tema

Este Trabalho de Conclusão de Curso - TCC é resultado de uma análise feita com o intuito de identificar as dificuldades apresentadas por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental na Resolução de Problemas matemáticos envolvendo subtração com números naturais.

Para alguns professores o fato dos alunos estudarem as operações básicas e ter o domínio sobre elas já é o suficiente, como a aplicação de exercícios onde o aluno apenas lê o que está escrito, retira as informações necessárias e pratica de maneira repetitiva a operação. Dessa forma, para alguns professores os alunos estão aptos para resolverem quaisquer outros problemas no estudo da Matemática. Porém, sabemos que o aluno além de dominar as operações básicas ele precisa estabelecer relações sobre as operações e principalmente pensar matematicamente para poder desenvolver o raciocínio e estender esse conhecimento para o seu dia a dia.

Reforçando essa ideia, Van de Walle (2009), diz que a maioria dos professores ainda ensina da forma tradicional de modo que os alunos pratiquem por um determinado tempo um algoritmo, e como resultado espera que eles apliquem habilidades ou ideias na Resolução de Problemas.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998), a Resolução de Problemas faz com que os alunos possam desenvolver o estímulo dos conhecimentos e das capacidades para a execução das informações que estão em seu alcance.

E baseado nesse contexto desenvolvemos essa pesquisa abordando os procedimentos e as ideias da subtração que são utilizadas para a Resolução de Problemas. Essa pesquisa é composta por quatro capítulos.

No capítulo 01, iniciamos com as justificativas descrevendo o questionamento central e os fatores que contribuíram para investigação da nossa pesquisa. Nos objetivos descrevemos os motivos da escolha do tema e os caminhos que tivemos que percorrer para chegarmos ao resultado. Na metodologia apresentamos as considerações metodológicas que foram usadas durante a pesquisa.

No capítulo 02, apresentamos o referencial teórico destacando: a Matemática e o seu ensino na atualidade; A Resolução de Problemas: uma aliada no ensino de Matemática; As

operações básicas nos documentos oficiais; O ensino de subtração no Ensino Fundamental e Os significados da subtração e os procedimentos de cálculo. Para essa parte da pesquisa usamos como referência os documentos oficiais como os PCN (1997/1998), Paraíba (2010), a Matriz de referência do Sistema de Avaliação de Educação Básica – SAEB (2009) além, dos documentos de Educação Dante (2009), D’Ambrósio (1989) Paiva e Rêgo (2009), Toledo e Toledo (1997), Van de Walle (2009).

No capítulo 03, apresentamos os dados da pesquisa e o desenvolvimento da intervenção em sala de aula. Caracterizamos a escola em que aplicamos a atividade, apresentamos os sujeitos que analisamos, mostramos quais os instrumentos que utilizamos para a coleta dos dados como também a metodologia da intervenção que usamos e descrevemos de forma detalhada a aplicação das atividades.

No capítulo 04, apresentamos a análise dos resultados fazendo uma relação com os objetivos de cada questão.

Por fim, apresentamos as considerações finais da nossa pesquisa.

## **1.2 Justificativa**

A problemática deste trabalho acadêmico tem como questionamento investigar quais são as dificuldades que os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental apresentam ao resolverem problemas com subtração.

A escolha dessa temática se deu pelo fato de percebermos as dificuldades dos alunos ao resolverem as operações de subtração em nossa experiência durante o Estágio Supervisionado. Como também o trabalho realizado pelos professores em torno da operação da subtração, especialmente quando são abordados em questões que envolvem o cotidiano dos alunos. Como sabemos, esse tema é bastante discutido na área da Educação Matemática, porém, quanto mais esse conteúdo for abordado dentro e fora do ambiente escolar melhor, pois, contribuem no processo de formação dos professores, no ensino e na aprendizagem dos alunos.

Para isso, escolhemos uma Escola Estadual de Ensino Fundamental pertencente ao Município de Mamanguape – PB, a fim de investigar como estão os conhecimentos dos alunos a respeito do conteúdo de subtração e da Resolução de Problemas com subtração.

Através da aplicação de uma atividade, nosso objetivo foi analisar e identificar quais as dificuldades apresentadas por eles. Devemos levar em consideração os conhecimentos

apresentados, como também o fato de que as dificuldades podem variar de um aluno para o outro, ou seja, o que pode ser dificuldade para um para o outro não é.

A Resolução dessas questões trazem desafios para os estudantes permitindo que com a prática possam desenvolver o pensamento e o raciocínio matemático em situações que envolvam o dia a dia, de uma forma que incentivem os próprios alunos a construírem seus procedimentos de cálculos e estratégias de Resolução de situações problemas, mostrando a importância da realização desse estudo.

### **1.3 Objetivos**

Uma grande parte dos alunos do 6º ano apresentam dificuldades ao resolverem problemas matemáticos, principalmente quando esses problemas são de subtração. Será que o aluno tem dificuldade de ler e interpretar o problema ao passar para a linguagem Matemática ou não consegue identificar no problema qual o tipo de operação usar?

A partir de questionamentos como esses escolhemos como problemática da pesquisa investigar quais as dificuldades dos alunos ao resolverem problemas de subtração, tendo como objetivo geral:

- Identificar as dificuldades apresentadas por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental na Resolução de Problemas envolvendo a operação da subtração com números naturais.

Para se alcançar esse objetivo geral temos que desenvolver alguns procedimentos e que estão descritos nos objetivos específicos, que nos mostram quais caminhos devemos percorrer para obter essas respostas, para isso, temos que:

- elaborar uma atividade didática envolvendo problemas de subtração de acordo com as ideias a ela pertinente;
- elaborar um questionário para ajudar na coleta de dados;
- explicar as atividades propostas em sala de aula;
- analisar as respostas dos alunos e os processos de cálculo nas atividades propostas;
- identificar quais as dificuldades apresentadas pelos alunos;
- descrever a análise das dificuldades.

### **1.4 Metodologia da pesquisa**

Nessa seção apresentamos as considerações respondendo as metodologias que serão utilizadas nesta pesquisa quanto aos objetivos e quanto a coleta de dados.



De acordo com Gil (2002) as pesquisas podem ser classificadas em três grupos: pesquisas exploratórias, pesquisas descritivas e pesquisas explicativas.

Nossa pesquisa é classificada quanto aos objetivos como uma pesquisa qualitativa exploratória que tem como objetivo principal o aprimoramento das ideias, visando construir hipóteses, descobrir as intuições e poder torná-lo mais explícito proporcionando maior familiaridade com o problema por Gil (2002).

Quanto à coleta de dados, essa pesquisa fará um estudo de caso, pois permite um estudo mais profundo e detalhado do conhecimento por Gil (2002).

Segundo Gil (2002, p. 54), esse tipo de pesquisa apresenta diferentes propósitos como as de poder explorar situações da vida real; preservar o caráter unitário do objeto que está sendo estudado; descrever a situação do contexto em que está sendo feita a investigação; a formular hipóteses como também desenvolver teorias e explicar as causas de determinado fenômeno em situações complexas que não utilizam o levantamento e o experimento.

Iremos analisar as resoluções de problemas envolvendo subtração, dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual de Ensino Fundamental localizada no município de Mamanguape na Paraíba.

## **2 REFERENCIAL TEÓRICO**

### **2.1 A Matemática e o seu ensino na atualidade**

Um dos maiores desafios enfrentado por um professor ao ensinar Matemática nos dias atuais é o modo de abordar e desenvolver o conteúdo no decorrer de suas aulas. Visto que o ensino tem passado por algumas mudanças ao longo desses últimos anos, mudanças que foram responsáveis tanto pelas práticas pedagógicas quanto as curriculares.

Os desafios enfrentados em torno do ensino da Matemática sempre existiram e podemos citar como exemplo a falta de professores que sejam qualificados em sua área, já que muitos exercem essa profissão tendo sua formação em outros cursos. Podemos citar também a falta de motivação que muitos enfrentam com relação às condições de trabalho ou aos salários que ganham. Porém, não generalizando, encontramos muitos professores comprometidos com a Educação Matemática independente de todos esses fatores, professores que buscam sempre formação continuada, que participam de grupos de pesquisas, que desenvolvem trabalhos importantes na busca de novos conhecimentos, professores que levam em consideração os seus trabalhos intelectuais e que sabem que a aprendizagem é muito mais do que apenas o abrir de um livro em sala de aula.

Quando aprendemos Matemática colocamos em prática uma nova forma de pensar, um novo jeito de olhar ao nosso redor, pois sabemos que ela está presente em várias situações do nosso cotidiano. No entanto, o ensino ficará melhor quando os professores puderem por em prática em suas aulas de Matemática as mais diversas metodologias que o ensino oferece como recurso aos jogos, às tecnologias, à história da Matemática e a Resolução de Problemas.

### **2.2 A Resolução de Problemas: uma aliada no ensino da Matemática**

A Matemática tem a Resolução de Problemas como o principal ponto de partida, onde o conhecimento adquirido pelos alunos é satisfatório a partir do momento em que essas questões forem trabalhadas de forma desafiadora (BRASIL, 1998).

Devemos levar em consideração que “um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la”. (BRASIL, 1998, p. 41).

Os alunos que resolvem problemas matemáticos desenvolvem várias estratégias de Resolução seja formulando hipóteses ou fazendo tentativas. Assim, acabam desenvolvendo também uma capacidade individual de criar habilidades ou procedimentos para chegar à Resolução do problema, ampliando sua capacidade de estabelecer relações entre o que se estuda na escola e o que acontece no cotidiano.

De acordo com os Referenciais da Paraíba, (2010, p. 71-72).

A metodologia de Resolução de Problemas baseia-se na apresentação de situações abertas que exijam dos alunos uma atitude ativa e esforço para buscar respostas para elas, promovendo novos conhecimentos. O ensino baseado na solução de problemas pressupõe promover nos alunos a construção de conteúdos conceituais, atitudinais e procedimentais, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar respostas a situações variadas e diferentes daquelas que lhe deram origem.

Embora, essa metodologia no ensino da Matemática ainda não tenha alcançado sua real dimensão é importante aprender a resolver problemas, pois resolvê-los significa muito mais do que compreender apenas um enunciado, é estimular os alunos na busca por resultados com o olhar voltado para o desenvolvimento das habilidades que eles podem apresentar, é ampliar e construir novos significados voltados para as operações Matemáticas e um pensar constante fazendo o aluno a levantar hipóteses e apenas seguir um método ou simplesmente uma regra, de um modo geral é desenvolver no aluno a capacidade de tomar decisões. (BRASIL, 1998). Dessa forma podemos afirmar que quanto mais problemas o aluno resolver menos *medo* ele vai sentir da Matemática.

Concordando com Paiva e Rêgo (2009, p. 01) quando afirmam:

Nessa perspectiva de trabalho, que enfatiza o processo de Resolução, é possível ao professor analisar a forma como o aluno pensou; identificar quais as estratégias que ele utilizou; identificar quais as dificuldades que ele encontrou ao longo do processo.

Sabemos que não é fácil despertar no aluno o interesse em resolver problemas e um dos principais motivos por essa desmotivação que destacamos é o modo como elas são apresentadas para os alunos e como são abordados nos livros didáticos. Na maioria das vezes, são conjuntos de exercícios onde o único objetivo é identificar qual operação será utilizada e assim encontrar uma solução para o problema. Já nos livros didáticos os problemas são deixados para serem trabalhados por último, pois, quando uma operação é abordada sempre vem seguida por uma sequência de regras, onde primeiro são apresentados os conceitos,

depois são apresentadas as propriedades, depois os algoritmos que resolvem cada operação e por último é que são trabalhados a Resolução de Problema. (Toledo e Toledo, 1997).

De acordo com Van de Walle (2009), o problema voltado para a aprendizagem Matemática possui algumas características: i) devemos levar em consideração a compreensão que os alunos têm antes de iniciar um conteúdo; ii) o problema matemático deve estar relacionado ao conteúdo que os alunos estão estudando e iii) o problema voltado para aprendizagem requer dos alunos justificativas e explicações dos métodos usados para a solução.

Uma das vantagens de se abordar Resolução de Problemas em sala de aula é que cada aluno apresentará o seu ponto de vista usando as suas ideias, cada aluno terá uma estratégia diferente para solucionar o problema, além de que, cada um encontrará um caminho diferente para chegar à solução.

Van de Walle (2009), nos mostra que para o aprendizado ser significativo o ensino pela Resolução de Problemas ou *lições*, como ele denomina, deveriam ser divididas em três fases: *antes, durante e depois*. Na primeira fase, o objetivo é poder analisar o problema e verificar se os alunos compreenderam de forma clara e objetiva. Na segunda fase, o objetivo é dar confiança para os alunos deixando que eles trabalhem a sós por um determinado tempo, escutar e deixar os alunos construírem suas hipóteses e depois verificar quais as ideias que eles utilizaram para ajudar quando for necessário. Na terceira fase, o objetivo é trabalhar Resolução de Problemas com as turmas formando grupos e depois poder discutir com eles as soluções achadas por todos os grupos mostrando os acertos e erros quando houver.

Nesse sentido, a sala de aula ganha vida, pois, nessa troca de ideias nas quais os alunos expõem suas estratégias, eles desenvolvem seu poder argumentativo, se apropriam dos problemas e passam a fazer e falar matemática como situações próprias de seu ambiente.

Durante algumas décadas o ensino da Matemática ocorreu de forma decorativa, no qual os professores explicavam o conteúdo em sala de aula e para fixar aplicavam exercícios e os alunos aprendiam por meio de repetição e memorização de fórmulas. Porém, mesmo com todas as mudanças ocorridas no ensino e nas metodologias, sabemos que essa situação não se distância da realidade que vivemos em que muitos professores ainda atuam dessa maneira, ensinar para depois praticar sem muitas vezes levar em consideração o contexto no qual o aluno está inserido.

O que ainda gera muitos obstáculos para a aprendizagem da matemática. Pois, os alunos acreditam que a Matemática se dá por meio de um excesso de fórmulas e de algoritmos, que pode provocar certa ojeriza com relação à disciplina.

Mas, quando os professores desejam desenvolver nos alunos a capacidade de resolver problemas fazendo o uso e a aplicação, eles proporcionam um caminho e para os alunos promovendo o desenvolvimento de diversas habilidades, promovendo a reflexão sobre a matemática e sua importância para as situações reais D'Ambrósio (1989).

Na metodologia da Resolução de Problemas, Toledo e Toledo (1997) categorizam os problemas de Matemática no ensino em quatro categorias, a saber: (i) problemas de arte e efeito, (ii) problemas de enredo, (iii) problemas não convencionais e (iv) problemas de aplicação.

Os problemas de arte e efeito, são problemas que estamos mais familiarizados por ser um dos mais utilizados pelos professores nos anos iniciais e para aprender esse tipo de problema é necessária apenas a memorização da tabuada e algoritmo.

Os problemas de enredo são aqueles que envolvem as operações que estamos estudando no momento, que traduz a linguagem formal da Matemática em uma linguagem mais comum e fácil permitindo melhor a sua compreensão, o trabalho com esse tipo de problema ajuda aprofundar as ideias das operações uma vez que precisamos saber qual delas vamos utilizar;

Os problemas não convencionais permitem aos alunos desenvolverem seu próprio plano e elaborar suas próprias estratégias deixando-os livres para encontrar o melhor caminho para chegar ao resultado.

Por fim, os problemas de aplicação, são elaborados de acordo com a situação de vivência dos alunos, o uso de conceitos, técnicas e processos são muito utilizados, pois exige conhecimento específico, coleta e organização dos dados, construção e análise dos gráficos, avaliação dos resultados além da elaboração de um relatório com as conclusões dos alunos.

Ainda dentro dessa categorização dos problemas, Dante (2009) classifica a Resolução de Problemas em seis categorias: i) exercícios de reconhecimento onde o aluno tem que reconhecer os conceitos e definições aprendidos nos problemas, ii) exercícios de algoritmos que reforça o aprendizado dos alunos com assuntos anteriores através dos treinos das operações, iii) problemas padrão são aqueles problemas que são passados no final de um conteúdo com o intuito de reforçar o que foi aprendido, o aluno deve passar o problema para a linguagem Matemática sendo que a solução está dentro do próprio enunciado, iv) problemas-processo ou heurísticos que exige dos alunos um tempo para que possam desenvolver melhor seu planejamento permitindo desenvolver sua criatividade, v) problemas de aplicação que são aqueles que chamamos de situações problemas que trata de situações reais e vi) os problemas

de quebra-cabeça que também são conhecidos como a Matemática recreativa e para achar a solução o aluno precisa dominar algumas técnicas ou simplesmente precisar da sorte.

Para Dante (2009, p. 11), um problema “é um obstáculo a ser superado, algo a ser resolvido e que exige o pensar consciente do indivíduo para solucioná-lo”, ou seja, sabemos que para resolver problema os alunos precisam pensar e interpretar o enunciado da questão sozinho e a partir daí criar suas hipóteses para depois estruturar a situação e resolver o problema e para muitos isso é algo difícil de fazer.

O autor ressalta que um bom problema deve ser provocador para o aluno, tem que ser objetivo e preciso permitindo ao aluno o desenvolvimento de vários métodos de Resolução e o nível de dificuldade do problema deve ser adequado aos alunos que estão sendo aplicados os problemas, (DANTE, 2009).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998, p. 41):

Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la. Em muitos casos, os problemas usualmente apresentados aos alunos não constituem verdadeiros problemas porque, via de regra, não existe um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução.

Na tentativa de compreender e nos orientar a como resolver um problema foram apresentados por George Polya (1995) alguns procedimentos que devemos desenvolver no momento da Resolução, denominado de “Heurística de Polya”. “O objetivo da Heurística é o estudo dos métodos e das regras da descoberta e da invenção”. (POLYA, 1995, p. 86). A organização desses procedimentos para Polya acontece por meio de quatro fases: em compreender o problema, elaborar um plano de ação, executar esse plano e verificar a solução encontrada.

### **2.3 As operações básicas nos documentos oficiais**

Os documentos oficiais apresentam o estudo das operações como uma importância para a ampliação dos conhecimentos dos alunos, pois, é por meio das operações que os alunos conhecem os diferentes tipos de números que o ensino da Matemática apresenta. No ensino da subtração são levados em consideração os métodos de ensino que os professores utilizam para trabalhar esse conteúdo em sala de aula. E, certamente um dos métodos que podem ser abordados pelos professores é a Resolução de Problemas. De acordo com os Parâmetros

Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1998) a Resolução de Problemas deve ser trabalhada como fio condutor de forma que os alunos possam desenvolver a capacidade de aplica-las à Matemática.

Segundo os PCN (BRASIL, 1998, p. 39-40), a Resolução de Problemas como eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática, pode ser resumida nos seguintes princípios:

- A situação-problema é o ponto de partida da atividade Matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
- O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;
- Aproximações sucessivas de um conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na História da Matemática;
- Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. Assim, pode-se afirmar que o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular;
- A Resolução de Problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se podem apreender conceitos, procedimentos e atitudes Matemáticas.

As discussões curriculares que se iniciaram no Brasil por meios dos Parâmetros Curriculares Nacionais sugerem que os conteúdos matemáticos sejam trabalhados no intuito de desenvolver as habilidades e as competências que assumem um papel importante para o ensino, pois é por meio deles que as ações pedagógicas da escola são realizadas, (BRASIL, 1998). A Matriz de Referência do SAEB descreve sobre essas competências e habilidades para os 04 blocos de conteúdos, no bloco de números e operações especificamente, podemos citar algumas como: poder reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, poder calcular o resultado de uma adição ou subtração com números naturais como também resolver problemas com números naturais que envolvam os diferentes significados da adição ou subtração.

Segundo os PCN (BRASIL, 1997, p. 48) o objetivo geral do ensino da Matemática é: “analisar informações relevantes do ponto de vista do conhecimento e estabelecer o maior número de relações entre elas, fazendo uso do conhecimento matemático para interpretá-las e avaliá-las criticamente”.

Com isso, os conteúdos são trabalhados de diferentes formas nos diferentes níveis de escolaridade levando em consideração as capacidades dos alunos, sendo organizados de acordo com suas necessidades. “Dessa forma, pode-se considerar que os conteúdos envolvem explicações, formas de raciocínio, linguagens, valores, sentimentos, interesses e condutas.” (BRASIL, 1998, p. 49).

Para serem trabalhados de maneira coerente, os PCN (1997) dividiram os conteúdos e os abordaram de três aspectos: conteúdos conceituais, conteúdos procedimentais e os conteúdos atitudinais.

Os conteúdos conceituais permitem os alunos interpretarem os fatos de acordo com a realidade, tendo em vista que eles já tenham conhecimentos de conceitos anteriores como também a necessidade de se trabalhar com símbolos e imagens que permitam organizar suas ideias. Nesse momento, o processo de memorização deve ser trabalhado de maneira auxiliar ajudando os alunos de forma relevante. Os PCN falam que “aprender conceitos permite atribuir significados aos conteúdos aprendidos e relacioná-los a outros.” (BRASIL, 1997, p. 52).

Os conteúdos procedimentais são de fundamental importância, pois permitem trazer um novo jeito de pensar e a produção de novos conhecimentos, além dos alunos tornarem mais avaliadores, pois os mesmos terão que colocar em prática os conhecimentos adquiridos, analisar se os procedimentos utilizados estão corretos além de poder desenvolver uma capacidade do olhar em relação aos resultados obtidos.

E por último, os conteúdos atitudinais que apresentam uma importante concepção para a aprendizagem Matemática e que levam em condição as atitudes relacionadas aos alunos, o modo como eles se comportam na sala de aula e os interesses apresentados por eles na busca por resultados. Para esse tipo de aprendizagem que está presente de forma constante em nosso dia a dia, mas que não são tratados de forma correta “é necessária uma prática constante, coerente e sistemática, em que valores e atitudes almejados sejam expressos no relacionamento entre as pessoas e na escolha dos assuntos a serem tratados”. (BRASIL, 1997, p. 53). O referido documento afirma que o ensino e aprendizagem desses conceitos atitudinais requer uma maior disposição sobre o que e o como se ensinar.



A importância dos professores aliarem essas três formas de conteúdo no ensino dos conceitos matemáticos é ver a forma como eles contribuem para os alunos como poder proporcionar a autoconfiança, fazendo-os que acreditem mais em suas capacidades e reflitam sobre sua aprendizagem.

Ainda segundo os PCN, durante todo o Ensino Fundamental os alunos são acostumados a se deparar de maneira gradativa com vários tipos de números além de aprenderem vários cálculos, conceitos e significados relacionados a eles sejam com os números naturais, inteiros, racionais ou irracionais. Para os alunos essa aprendizagem é importante, pois permitem desenvolver práticas de se trabalhar com os mais diferentes ramos que existem na Matemática. Mas, infelizmente muitos alunos chegam ao final do Ensino Fundamental com um conhecimento muito pequeno de como esses números são utilizados, sem ao menos ter uma compreensão dos significados que as operações apresentam ou se quer ter domínio em relação aos seus algoritmos, (BRASIL, 1998).

A maior dificuldade de se trabalhar com as operações durante o Ensino Fundamental é a forma como os alunos enxergam na situação problema, qual operação irá utilizar para obter as respostas.

Quando se trabalha com os números e operações nessa fase, uma das soluções para se trabalhar é a Resolução de Problemas que entra como um papel fundamental pois proporciona os alunos situações que estejam presentes no cotidiano, além de ampliar e construir novos significados, (BRASIL, 1998).

Quando esses problemas envolvem as operações de adição e subtração deve-se ficar atento que o ensino dessas operações leva um determinado tempo para os alunos construírem os conceitos que existem dentro desse tema. Para se compreender o mesmo conteúdo com essas operações deve ser dada uma ênfase maior na abordagem dos seus conceitos destacando as situações problemas que aparentemente devam ser fáceis, mas na verdade são bastante complexas se analisado com o foco na aprendizagem. (BRASIL, 1997).

Para ter uma compreensão melhor da situação de proficiência que alunos se encontram foram criadas políticas públicas educacionais que são responsáveis em analisar as respostas e as formas que eles utilizam em uma prova escrita. Entre elas encontramos o Sistema de Avaliação de Educação Básica - SAEB, um programa do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira - INEP.

No ensino de Matemática temos a Matriz de Referências de Avaliação do SAEB um documento composto por 28 descritores, que tem como objetivo analisar o desenvolvimento dos alunos na avaliação de acordo com as habilidades Matemáticas contidas em cada

descriptor, usando contextos que permitam explorar os conceitos, os procedimentos e as habilidades Matemáticas por Brasil (2009). A Matriz de Referências de Avaliação está organizada em 04 blocos de conteúdos e em cada bloco existe uma quantidade de descritores que são priorizadas na avaliação.

No bloco de conteúdos Números e Operações, dentre os descritores existem dois que falam das operações de adição e subtração e quais as habilidades que os alunos devem desenvolver ao longo do Ensino Fundamental. Os descritores são: D17 e D19 que tratam das habilidades de duas formas diferentes, o D17 aborda o domínio que os alunos devem ter sobre o cálculo bastando apenas o aluno saber calcular, pois não estão interessados em saber quais os procedimentos que serão utilizados e no D19 aborda as habilidades referentes à Resolução de Problemas onde são analisadas as estratégias dos cálculos que os alunos irão utilizar para resolver o problema. A presença desses descritores possibilita ao aluno o desenvolvimento das habilidades com o cálculo e em relação aos problemas matemáticos enfatizando a importância da interpretação do enunciado e da identificação de qual operação usar, essas habilidades do cálculo e da Resolução de Problemas nesse momento se tornam mais frequentes, pois os estudantes podem calcular, por exemplo, subtrações mais complexas. (BRASIL, 2009).

Os documentos do SAEB (2009) também apontam que esses descritores se referem às necessidades de se trabalhar essas operações com números naturais centradas ou não em questões do dia a dia reforçando a ideia de que as duas desenvolvem papéis importantes para a aprendizagem. O próprio SAEB (2009, p. 38) também afirma que: “a incidência de situações descontextualizadas é grande neste nível, e estas envolvem composição e decomposição de números naturais”.

## **2.4 O ensino da subtração no Ensino Fundamental**

O ensino da subtração é introduzido nos anos iniciais (1º ao 5º ano) do Ensino Fundamental. Podemos considerar a subtração como um dos primeiros obstáculos de aprendizagem enfrentados pelos alunos nessa fase, pois, exige um grau de abstração maior do que a adição.

As operações de adição e subtração são trabalhadas de forma associada de modo que possam desenvolver nas crianças o pensamento sobre os números como em termos das partes relacionadas à adição e da parte que falta relacionada à subtração, ou seja, os alunos ao aprenderem a operação de subtração devem relacionar que a sua aprendizagem acontece devida uma consequência da adição.

Segundo Van de Walle (2009), um método eficaz para se trabalhar com os conceitos da operação de adição e subtração pode-se dividir em categorias, a saber: problemas de reunir, problemas de separar, problemas de parte-todo e problemas de comparação.

Nos problemas de reunir existem três quantidades envolvidas uma quantidade inicial, uma quantidade de mudança e uma quantidade resultante, onde quaisquer umas destas podem ser desconhecidas. Observe um exemplo com a quantidade resultante desconhecida: Carlos tinha 10 bolinhas. Miguel então lhe deu mais 05. Com quantas bolinhas Carlos ficou agora? Podemos ver que este tipo de problema torna-se mais fácil para os alunos, pois eles conseguem identificar mais facilmente o que o problema está pedindo, ou seja, o problema tem duas partes conhecidas que é a quantidade inicial e a de mudança, a parte que falta é a que queremos identificar.

Nos problemas de separar a quantidade inicial é o todo ou a maior quantidade. Observe um exemplo em que a quantidade de mudança é desconhecida: Carlos tinha 15 bolinhas. Ele deu algumas para Miguel. Agora, Carlos tem 10 bolinhas. Quantas bolinhas Carlos deu para Miguel? Nesse caso, o problema pede para os alunos identificarem no enunciado quais as duas quantidades dadas e qual a quantidade desconhecida. Podemos perceber que as duas quantidades dadas estão colocadas de forma clara no enunciado. A primeira são as 15 bolinhas que Carlos tinha que nesse caso é a maior quantidade do problema e a segunda são as 10 bolinhas que Carlos ficou após dar algumas para o Miguel. A quantidade desconhecida nesse problema é justamente identificar quantas bolinhas que Carlos deu para o amigo Miguel.

Nos Problemas de parte-todo há duas quantidades que são ligadas em um todo não havendo diferença entre as duas partes envolvidas. Veja o exemplo: Miguel tem 05 bolinhas e Carlos tem 10. Eles resolveram guardar as bolinhas em uma caixa. Quantas bolinhas eles guardaram ao todo na caixa? Esse tipo de problema trata de uma situação em que o todo é desconhecido. Agora, veja esse outro tipo de exemplo: Miguel e Carlos colocaram 15 bolinhas dentro de uma caixa. Miguel colocou 05 bolinhas. Quantas bolinhas Carlos colocou dentro da caixa? Nesta situação podemos ver que temos uma parte desconhecida no problema, à parte que os alunos terão que descobrir.

Problemas de comparação como o próprio nome diz deve-se comparar duas quantidades. “As situações de comparação envolvem dois conjuntos ou quantidades distintas e a diferença entre eles.” (VAN DE WALLE, 2009, p. 174). Existem três tipos de problemas de comparação: a diferença desconhecida, o maior valor desconhecido e o menor valor desconhecido. Partindo do exemplo em que o menor valor é desconhecido: Miguel tem 05

bolinhas a mais que Carlos. Miguel tem 15 bolinhas. Quantas bolinhas Carlos possui? Observe que o problema pede para identificar a quantidade de bolinhas que Carlos tem. Veja que o problema apresenta de forma clara a maior quantidade que é a quantidade de bolinhas de Miguel. Então se Miguel tem 05 bolinhas a mais que Carlos isso significa que, Miguel tem 10 bolinhas e Carlos tem 05. Esse tipo de problema é mais difícil de trabalhar com o aluno pela dificuldade de enxergar no enunciado quais os valores conhecidos e fazer a comparação entre elas e principalmente à de identificar no problema qual o valor desconhecido.

Segundo Van de Walle (2009), ao trabalhar com a operação de subtração deve-se levar em consideração que a subtração pode ser pensada como adição, pois além de estarem interligados é uma forma significativa de dominar os fatos fundamentais sobre eles, ou seja, o trabalho desenvolvido mentalmente leva em consideração que a abordagem do pensamento seja de forma aditiva, em vez de se trabalhar no sentido de retirar. Ele também diz que devemos trabalhar utilizando contadores para facilitar para o aluno na visualização em relação ao problema e da sua aprendizagem.

Os autores Toledo e Toledo (1997), afirmam que o ensino da subtração não é tão simples, pelo fato de se trabalhar com várias ideias diferentes como a de retirar, comparar e completar, e por utilizar uma linguagem nos enunciados não muito fácil de entender induzindo os alunos ao erro e também pelo fato da subtração ser associada às situações de perda, pois o pensamento dos alunos é formado apenas para situações positivas, embora, estejam presente no dia a dia de cada um.

Somos levados a pensar que a subtração é apenas uma operação que serve para retirar, o que pode ser atribuído ao fato de estudarmos apenas esse tipo de raciocínio em todos os nossos anos de escolaridade, a ideia de retirar é apresentada nessa operação como se de um todo retirassem uma parte dele. A ideia de comparar torna-se uma situação mais complexa e que apresenta um nível de dificuldade maior no momento da Resolução, aparece em situações em que precisamos analisar duas quantidades diferentes dadas. A ideia de completar é muito utilizada em problemas que envolvem o cálculo do troco, aparece em situações em que o cálculo começa por uma parte e depois vai sendo completado até chegar ao todo, ou melhor, ao resultado, percebemos que na ideia de completar está intrínseca a adição, o que pode caracterizar-se como uma das dificuldades da operação de subtração. Em todas as situações a operação utilizada é a mesma, o que mudam são apenas as ideias aplicadas a cada situação problema.

## 2.5 Os significados da subtração e os procedimentos de cálculo

Há vários métodos para se trabalhar com a subtração e entre eles estão os materiais manipuláveis que permitem os alunos trabalharem de forma mais concreta, visualizando a situação do problema antes de se deparar com a representação formal da operação.

Um desses materiais manipuláveis que podem ser trabalhados com os alunos são as barras de Cuisenaire, que permitem trabalhar a imagem mental possibilitando uma compreensão melhor do problema, além de trabalhar com todas as ideias da subtração: retirar, comparar e completar.

Para Toledo e Toledo (1997), é necessário fazer uso desses objetos manipulativos para a realização do cálculo na subtração, pois o aluno é capaz de identificar uma representação e assim ele saberá que a operação, por exemplo:  $07 - 10$  não será possível de se realizar no conjunto dos naturais. Podemos falar de outra situação, por exemplo:  $44 - 28$  na hora de representar à escrita alguns alunos armam a conta corretamente e chegam à solução correta já outros não conseguem resolver situações desse tipo e acabam representando da seguinte maneira:  $44 - 28 = 24$ , ou seja, o aluno ignora a situação problema proposta e subtrai 08 de 04, invertendo as posições apenas mentalmente. O que configura um erro.

Quando a operação é realizada com materiais manipulativos, por exemplo, cubos de madeiras o aluno representa as quantidades e efetua a subtração encontrando o resultado correto.

O uso de material de manipulação ajuda o aluno a lidar com as ideias associadas à Subtração. Se oferecermos palitos, grãos de milho ou pedrinhas às crianças, para que representemos problemas, elas irão utilizar esse material de diferentes modos, de acordo com cada situação, mesmo quando se referem a números iguais. (TOLEDO E TOLEDO 1997, p. 112).

Com o uso desses materiais os alunos vão se familiarizando com as trocas necessárias para fazer esse tipo de operação, propondo na vivência da Matemática um ambiente lúdico e concreto.

No entanto, devemos saber qual a melhor forma de se trabalhar com os alunos sem deixar de usar nenhum método, seja utilizando os materiais manipuláveis auxiliando a representação dos dados existentes no problema facilitando a sua compreensão, seja com os cálculos da operação.

Segundo Toledo e Toledo (1997, p. 113),

Para resolver problemas em que a ordem de grandeza dos números inviabiliza a representação com material concreto ou com desenhos, o aluno terá de se apoiar num algoritmo. A essa altura, portanto, ele já deverá estar familiarizado com os algoritmos das operações o suficiente para acreditar neles como um instrumento adequado.

Defendemos a utilização de materiais manipuláveis (material dourado, dinheiro chinês, calculadora, entre outros) para a resolução de subtrações, pois os alunos podem criar suas próprias estratégias, algoritmos e assim construir seus conceitos sobre a subtração.

Quando os alunos são apresentados aos algoritmos eles percebem a agilidade que esse procedimento traz para o cálculo. No entanto, sabemos que os alunos apresentam dificuldades ao resolverem uma operação de subtração principalmente quando a subtração envolve muitas operações com reservas. Esse fato nos leva a pensar que um dos principais motivos para que isso aconteça é o uso do algoritmo na resolução da subtração de forma precoce. Pois, para a aprendizagem desses algoritmos é necessário os professores trabalhem com os alunos as propriedades do Sistema de Numeração Decimal, como a subtração com reserva ou reagrupamentos dos números e nesse aspecto o material didático ajuda muito.

Temos dois algoritmos que utilizamos na subtração: o processo de recurso à ordem superior que subtraímos recorrendo à ordem superior e o processo de compensação que subtraímos por compensação, ou seja, adicionamos ou subtraímos quantidades iguais tanto no minuendo quanto no subtraendo, (Toledo e Toledo, 1997).

No processo de recurso à ordem superior é levado em consideração à aprendizagem que os alunos devem ter acerca do conteúdo sistema de numeração, suas ordens, centenas, dezenas e unidades. Podemos observar na Figura 01 que inicialmente teríamos que retirar 08 unidades de 04 unidades, como isso não é possível, transformamos 01 dezena em 10 unidades. Com esse procedimento o aluno é levado a deixar de lado essa concepção de que se está pegando algo emprestado, quando na realidade eles estão fazendo apenas uma troca, de uma dezena por dez unidades, uma vez que o número todo é formado por unidades.

Figura 01 - Processo de recurso à ordem superior

$$\begin{array}{l}
 64 \rightarrow 60 + \cancel{10} - 4 \rightarrow 50 + 14 \\
 \underline{- 58} \rightarrow \underline{50 + 8} \rightarrow \underline{50 + 8} \\
 \phantom{00} 0 \phantom{0} 6
 \end{array}$$

Fonte: Elaboração do autor

Podemos observar na Figura 02 que esse método pode se tornar complicado pelo simples fato de termos situações em que é preciso fazer mais de uma troca, principalmente quando encontramos um ou mais de um algarismo zero no minuendo. Desse modo fazendo o aluno manipular várias vezes o mesmo número dificultando mais ainda o processo.

Figura 02 - Processo de recurso à ordem superior com algarismo zero

$$\begin{array}{rcl}
 1002 & \rightarrow & \cancel{1000} + 1000 + 0 + 100 + 0 + 10 + 2 \rightarrow 900 + 90 + 12 \\
 - 188 & \rightarrow & - 100 + 80 + 8 \rightarrow -100 + 80 + 8 \\
 \hline
 & & 800 \quad 10 \quad 4
 \end{array}$$

Fonte: Elaboração do autor

Em relação a melhor maneira de se trabalhar com esse algoritmo, Toledo e Toledo (1997, p. 116) afirma: “A concretização da ideia de subtrair por meio de uma situação com dinheiro é a quem tem conduzido aos melhores resultados”.

Observem na Figura 03 que há duas formas de se resolver subtração com o processo de compensação, veja que no primeiro caso é adicionada uma mesma quantia aos dois termos da subtração e no segundo é subtraída uma mesma quantia dos seus termos.

Figura 03 – Processo de compensação

$$\begin{array}{rcl}
 24 (+5) & \rightarrow & 29 \\
 - 18 (+5) & \rightarrow & - 23 \\
 \hline
 & & 06
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 400 (-1) & \rightarrow & 399 \\
 - 295 (-1) & \rightarrow & - 294 \\
 \hline
 & & 105
 \end{array}$$

Fonte: Elaboração do autor

No entanto, Toledo e Toledo (1997), falam que é importante os professores deixarem os alunos mais a vontade ao se trabalhar com esses tipos de questões, pois assim eles acabarão desenvolvendo um raciocínio rápido com capacidades de se enfrentar desafios, criar novos métodos e estratégias de resolução.

É importante para os professores trabalhar com esses algoritmos em sala de aula, uma vez que para resolver uma subtração o aluno precisa saber de seus algoritmos. É interessante também mostrar para o aluno as várias formas de se compreender um algoritmo, analisando matematicamente cada passo utilizado por eles no momento da resolução.



### **3 APRESENTAÇÃO DOS DADOS E DESENVOLVIMENTO DA INTERVENÇÃO**

#### **3.1 Caracterização do ambiente da pesquisa**

A pesquisa foi realizada em uma Escola Estadual de Ensino Fundamental localizada no Município de Mamanguape - PB. Essa escola localiza-se na área urbana no bairro do centro.

Para a escolha dessa escola levamos em consideração o fato de já termos contato com a equipe pedagógica e gestora, uma vez que, realizamos os Estágios Supervisionados obrigatórios de observação e de intervenção em turma dos anos finais do Ensino Fundamental.

A escola funciona em três turnos (manhã, tarde e noite). Nos turnos da manhã e tarde funcionam do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental (3º e 4º ciclos) com aproximadamente 623 alunos, na faixa etária de 10 a 15 anos de idade. No turno da noite funciona a Educação de Jovens e Adultos (EJA) também (3º e 4º ciclos) com aproximadamente 120 alunos, na faixa etária de 16 a 40 anos.

O quadro de professores da escola é formado por 26 professores e apenas 07 atuam na área de Matemática, sendo que 05 já são formados na área e 02 estão finalizando a graduação.

A escola possui um total de 12 salas, sendo 09 salas de aulas, sala de direção, sala de professores, sala de coordenação, sala de secretaria, 08 banheiros, cantina, pátio com um pequeno palco para apresentação, biblioteca, laboratório de informática e sala de leitura.

A escola atende a toda população da cidade de Mamanguape além dos distritos da zona rural.

#### **3.2 Sujeitos da pesquisa**

As turmas escolhidas para a aplicação da atividade foram duas turmas do 6º ano do Ensino Fundamental com um total de 62 alunos com a faixa etária entre de 11 e 13 anos de idade. Foram necessárias quatro aulas para fazer a aplicação do instrumento da pesquisa que foi realizada em apenas um dia por sugestão do professor regente da turma, essa intervenção ocorreu no dia 01 de Junho de 2015.

### 3.3 Instrumento para coleta de dados

O instrumento de coleta de dados que se adequou aos nossos objetivos foi uma atividade que tinha como objetivo analisar as dificuldades que os alunos apresentam em relação ao conteúdo de subtração nas turmas do 6º ano do Ensino Fundamental.

A primeira questão (Apêndice 01) cujo enunciado diz “Como devemos fazer para descobrir o termo que está faltando?” são apresentadas subtrações, nas quais os valores desconhecidos aparecem em três situações distintas: na mudança, no resultado e no valor inicial. Cujo objetivo central é levar os alunos a perceberem que nesse tipo de situação a quantidade inicial é o todo ou a maior quantidade. Geralmente os alunos são habituados a trabalhar com situações que envolvem subtração nas quais o resultado seja desconhecido. Nessa questão pede-se também para os alunos observarem a terceira situação e a partir dela criarem uma situação problema com os números dados na subtração.

A segunda questão (Apêndice 01) traz a seguinte situação “Mariana tinha 45 figurinhas. Ela deu algumas para seu amigo Daniel. Agora, Mariana tem apenas 37 figurinhas. Quantas figurinhas ela deu para Daniel?” essa é uma questão que traz a subtração com a mudança desconhecida e tem como objetivo central verificar os procedimentos que os alunos utilizaram para resolver. Dependendo das respostas dos alunos, podemos ter indícios do raciocínio utilizado por eles, a Resolução pode ser feita por meio da subtração com reserva ou completando por adição.

A terceira questão (Apêndice 01) apresenta o seguinte “O pai de Miguel tem 53 anos e o pai de Rafaela tem 35 anos. Quantos anos o pai de Miguel tem a mais que o pai de Rafaela?” trata-se de uma questão em que a diferença está desconhecida e o objetivo central é que os alunos possam utilizar a ideia da comparação. Toledo e Toledo (1997, p.110) descrevem que: “ocorre, também, em casos que envolvem a comparação de uma parte com o todo e depois com a outra parte.” Veja que a questão apresenta a palavra *mais* que pode confundir o raciocínio do aluno e resolver o problema por adição, representando assim um pouco de dificuldade.

A quarta questão (Apêndice 01) nos traz “Aline é professora e todos os dias acorda cedo para trabalhar. A distância de sua casa para seu trabalho é de 2000 m. Aline já andou 358 m. Quantos metros Aline ainda terá que percorrer até chegar ao seu trabalho?” é uma questão que vem acompanhada de uma figura, possibilitando uma melhor visualização da ideia de completar. Segundo Toledo e Toledo (1997, p. 110): “a ideia de completar aparece em situações nas quais o cálculo começa por uma parte e vai sendo completado até chegar ao

todo.” Além disso, com essa questão é possível analisar o conhecimento e desenvolvimento dos alunos ao resolver subtração com zero.

A quinta questão (Apêndice 01) aborda a seguinte situação “Resolva as contas de subtração abaixo” utilizamos o termo *contas*, por a professora regente da turma se referir à turma dessa forma, assim a questão é composta por três situações e tem como objetivo analisar as dificuldades e facilidades que os alunos têm ao resolver subtração com zero, subtração com reservas e subtração cuja ideia trabalhada é a de retirar.

A sexta questão (Apêndice 01) trata o seguinte “Existem outras formas de resolvermos uma subtração. E, uma delas é usando o método da decomposição” tem como objetivo verificar se os alunos já viram e se sabem resolver subtração desse tipo. Na própria questão há um exemplo mostrando como é resolvida essa subtração com a decomposição servindo de auxílio para os alunos.

### **3.4 Metodologia da intervenção**

A ação desta pesquisa teve início com a revisão bibliográfica para ajudar no aprofundamento da pesquisa. Assim, foram elaboradas as atividades que são compostas por seis questões que foram aplicadas na sala de aula levando em consideração os conhecimentos dos alunos e foram elaborados também questionários compostos por seis perguntas (Apêndice 02) para ajudar na análise dos resultados.

### **3.5 Descrição da aplicação da atividade**

Antes de ir à escola para iniciar a pesquisa, falamos com a professora responsável pelas turmas do 6º ano que nos recebeu muito bem e explicamos a proposta da nossa atividade. Segundo ela os alunos iriam gostar, pois, o conteúdo de subtração estava recente para eles.

Ao chegarmos às salas a professora nos apresentou as turmas e em seguida falamos que as atividades que iriam ser entregue seriam para o nosso trabalho de conclusão de curso. Entregamos as atividades para os alunos e explicamos que elas seriam feitas individualmente.

Feito isso, sentamos ao lado da professora e ficamos de frente para a turma observando-os responderem e também para que pudessem nos chamar caso aparecessem alguma dúvida.

Percebemos então, que grande parte da turma não estava conseguindo responder. Muitos alunos se levantaram e foram até onde estávamos dizendo que a atividade não estava fácil, pois as questões estavam complicadas de resolver, outros chegaram e nos falaram que não sabiam resolver as questões, pois não estavam compreendendo o que enunciado estava pedindo. Então, pedimos para eles se sentarem e demos início a leitura das questões da atividade explicando o que cada questão estava pedindo.

Depois da nossa mediação, percebemos que poucos alunos se levantaram para retirar alguma dúvida ou falar da atividade, por isso depois de algum tempo decidimos então circular pela sala para verificar se os alunos ainda estavam com dificuldades em responder e verificamos que a maioria já tinha conseguido responder pelo menos duas questões, aproveitamos e olhamos superficialmente as respostas dos alunos que estavam fazendo.

Depois de algum tempo poucos alunos se levantaram para perguntar se algumas daquelas questões eram para ser resolvidas por adição ou por multiplicação. Ficamos sem entender o porquê perguntaram se eram para resolver por multiplicação, pois sabemos que é comum os alunos confundirem as operações de adição e subtração, mas não confundirem subtração com multiplicação. Então, perguntamos a professora que nos explicou que multiplicação foi o conteúdo iniciado por ela há duas aulas antes de fazermos a intervenção.

Passado algum tempo, os primeiros alunos começaram a entregar as atividades. E, enquanto o restante dos alunos terminava de responder ficamos conversando com a professora sobre a turma.

Como já estávamos no final da nossa aula e não teríamos mais tempo para permanecer na sala pedimos aos alunos que ainda estavam na sala para que entregassem a atividade.

Essa pesquisa além de ter uma preocupação com os resultados apresentados pelos alunos a partir da análise das atividades também nos mostra a importância de uma reflexão sobre o ensino das operações e suas aplicações em situações do cotidiano na atualidade.

## 4 ANÁLISE DOS RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 Análise dos resultados

Apresentamos a seguir os resultados obtidos por meio de aplicação das atividades levando em consideração o objetivo dessa pesquisa que é de identificar as dificuldades apresentadas por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental na Resolução de Problemas envolvendo a operação da subtração com números naturais.

Na primeira questão (Figura 04) os alunos tiveram como objetivo descobrir na subtração o termo que estava faltando e de identificar nos dados numéricos que a quantidade inicial era o todo ou a maior quantidade. Os critérios utilizados para a análise dessa questão levou em consideração duas vertentes: a primeira consistiu em analisar quantos alunos acertaram cada item individualmente e a segunda consistiu em analisar quantos alunos acertaram um, dois ou três itens simultâneos.

Figura 04 – Item A da Primeira questão da atividade

1- Abaixo temos algumas subtrações que estão incompletas.

A - Como devemos fazer para descobrir o termo que está faltando?

$22 - \square = 12$	$22 - 12 = \square$	$\square - 10 = 12$
---------------------	---------------------	---------------------

Fonte: Atividade diagnóstica

Analisando as respostas dos 62 alunos, observamos que 53 acertaram apenas no 1º item em que a subtração vem com o valor desconhecido na mudança, 57 acertaram apenas no 2º item com o resultado desconhecido e 42 acertaram apenas no 3º item onde o valor desconhecido era o valor inicial. Vemos que foi no 3º item que a quantidade de acertos foi menor em relação ao 1º e 2º item.

Van de Walle (2009), afirma que situações como essas em que a parte desconhecida é a parte inicial são situações que apresentam mais dificuldades para os alunos. Isso ficou

evidente na nossa pesquisa, alguns alunos nem sequer relacionaram os três itens e não perceberam que se tratavam dos mesmos números, não conseguiram estabelecer uma relação entre os termos da subtração bastando apenas somar a diferença ao subtraendo para descobrir o minuendo. Observamos também que a quantidade dos alunos que acertaram todos os itens foram maiores dos que acertaram em dois itens simultâneos, veja que 42 acertaram todos os itens e que 13 acertaram em dois itens simultâneos.

Quadro 01 – Índices de acertos da questão 01

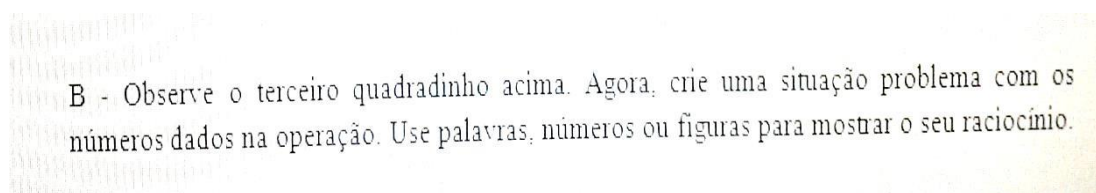
Itens acertados	Números de acertos	Números de erros	Em branco
Apenas no 1º item	53	07	02
Apenas no 2º item	57	03	02
Apenas no 3º item	42	18	02
Em dois itens simultâneos	13	02	-
Em todos os itens	42	04	01

Fonte: Dados da pesquisa

Os objetivos dessa questão foram atingidos, os alunos interpretaram corretamente. Mas deixamos claro que se tratava de uma questão de procedimento de cálculo, pois não envolvia nenhum tipo de interpretação do enunciado. De acordo com a análise observamos que uma grande parte dos alunos que acertou os três itens começou respondendo pelo segundo item somando o 1º termo com o 2º termo e achando o termo desconhecido. No primeiro item a maioria dos alunos observou que bastava apenas subtrair o 1º termo do 3º termo para achar o termo desconhecido. No terceiro item observamos que apenas alguns alunos que responderam conseguiram identificar que bastava apenas somar o 2º termo com o 3º termo para eles acharem o termo que estava desconhecido. Os erros encontrados nessa questão foram relacionados ao fato dos alunos não conseguirem fazer a operação com a subtração com reservas, invertendo a posição da ordem, das unidades, do minuendo e subtraendo. O que nos remete a inferir que esses alunos possuem uma dificuldade no Sistema de Numeração Decimal.

Nessa mesma questão (Figura 05), pedimos para que os alunos com base nos números dados na subtração criassem uma situação problema usando palavras, números e figuras. O objetivo aqui foi verificar se os alunos conseguiam propor problemas de subtração na qual o valor inicial deveria ser desconhecido.

Figura 05 – Item B da primeira questão da atividade



Fonte: Atividade diagnóstica

Analisando as respostas dos 62 alunos, observamos que apenas 04 alunos conseguiram criar situações problemas relacionados à subtração, porém, nenhum desses conseguiu usar a ideia do 3º item onde o valor desconhecido era o valor inicial, usando a ideia da subtração com o resultado desconhecido. Verificamos também que os 08 alunos que erraram conseguiram criar situações problemas, porém utilizaram outros dados numéricos. Percebemos então que cerca de 80% um total de 50 alunos, não conseguiu resolver a questão deixando-a em branco.

Com esse resultado apresentado entre a quantidade dos alunos que erraram ou deixaram em branco atribuímos ao fato de que os alunos sentiram dificuldade em compreender o enunciado da questão corretamente, o que nos fez questionar juntos à professora o fato desse número tão elevado para uma situação tão corriqueira. O que nos elucidou tal problema. A professora inferiu que seja o tipo de enunciado que não é trabalhado usualmente, quando se pede para elaborar um problema a partir de uma sentença matemática dada.

Na segunda questão (Figura 06) aplicamos uma situação problema em que os alunos tinham como objetivo usar a ideia de retirar ou a ideia da adição como complemento. Os critérios que utilizamos para a análise dessa questão levaram em consideração identificar nas respostas dos alunos quais dessas ideias foram utilizadas por eles.

Figura 06 - Segunda questão da atividade

2- Resolva a situação problema a seguir:

Mariana tinha 45 figurinhas. Ela deu algumas para seu amigo Daniel. Agora, Mariana tem apenas 37 figurinhas. Quantas figurinhas ela deu para Daniel?

$$\boxed{\phantom{00}} - \boxed{\phantom{00}} = \boxed{\phantom{00}}$$



Fonte: Atividade diagnóstica

Analisando as respostas dos 62 alunos, observamos que 30 acertaram a questão, 23 alunos acertaram usando a ideia de retirar e 07 acertaram a questão usando a ideia da adição como complemento. Verificamos que a maioria dos alunos que acertou a questão utilizando a ideia de retirar (Figura 07) identificou quais as duas quantidades dadas e subtraíram as duas  $45 - 37 = 08$ , assim, chegaram ao resultado e identificaram a quantidade que estava desconhecida.

Figura 07 – Ideia de retirar

$$\boxed{45} - \boxed{37} = \boxed{08}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ - 37 \\ \hline 08 \end{array} \quad \begin{array}{r} 37 \\ + 08 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Atividade diagnóstica

Os alunos que acertaram a questão utilizando a ideia da adição como complemento (Figura 08) identificaram a menor quantidade dada e completaram até chegar ao todo  $37 + 8 = 45$ , assim, eles também conseguiram identificar a quantidade que estava desconhecida.

Figura 08 – Ideia da soma complemento

$$\boxed{25} - \boxed{8} = \boxed{37}$$

$$\begin{array}{r} 37 \\ + 8 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Atividade diagnóstica

Dos 32 alunos que erraram essa questão todos erraram por não conseguirem usar a ideia de retirar (Figura 09) eles também conseguiram identificar as quantidades que foram dadas e subtraíram as duas  $45 - 37 = 12$ , porém, erraram o resultado porque subtraíram 07 de 05, o que nos remete a falta de compreensão do algoritmo.



Figura 09 – Erros mais comuns

$$\boxed{45} - \boxed{34} = \boxed{19}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ - 34 \\ \hline 19 \end{array}$$

Fonte: Atividade diagnóstica

As dificuldades apresentadas ocorreram porque os alunos não conseguiram associar corretamente a ideia de retirar no problema.

Na terceira questão (Figura 10) aplicamos uma situação problema em que os alunos tinham que resolver utilizando a ideia de comparação, analisar e comparar as duas quantidades dadas no enunciado. Segundo Van de Walle (2009, p. 170), “a terceira quantidade não existe realmente, mas é a diferença entre as duas quantidades.” O critério que utilizamos para a análise dessa questão foi identificar nas respostas dos alunos se eles conseguiram utilizar a ideia da comparação.

Figura 10 - Terceira questão da atividade

3- O pai de Miguel tem 53 anos e o pai de Rafaela tem 35 anos. Quantos anos o pai de Miguel tem a mais que o pai de Rafaela?

Fonte: Atividade diagnóstica

Analisando as respostas dos 62 alunos que responderam a atividade, percebemos que 28 alunos acertaram. De acordo com o enunciado os alunos tiveram que comparar as duas quantidades dadas e durante a análise observamos que os alunos que acertaram a questão (Figura 11) conseguiram fazer essa comparação utilizando a subtração com reservas para chegar ao resultado  $53 - 35 = 18$ .

Figura 11 – Acertos relacionados à subtração com reserva

$$\begin{array}{r} 53 \\ - 35 \\ \hline 18 \end{array}$$

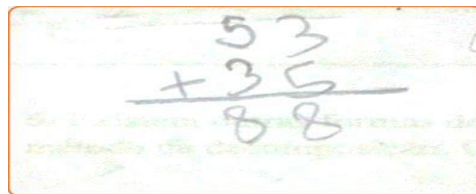
o pai de miguel tem a mais 18 anos

Fonte: Atividade diagnóstica

Vejamos que no enunciado utilizamos a palavra *mais* com a intenção observar se essa palavra pudesse ser um complicador, uma vez que muitos problemas contidos nos livros didáticos a utilizam. Geralmente a palavra *mais* vem no intuito de ajudar aos alunos a relacionarem essa palavra ao sentido de comparar. Porém, destacamos que os autores Toledo e Toledo (1997), afirma que o uso de palavras que possam relacionar a operação da adição, podem confundir os alunos e ao invés de subtrair os alunos irão somar.

Dos 34 alunos que erraram essa questão, observamos que um número bem pequeno, apenas 06, errou por associarem a palavra *mais* a operação da soma (Figura 12).

Figura 12 - Erros por relacionar *mais* à operação da adição

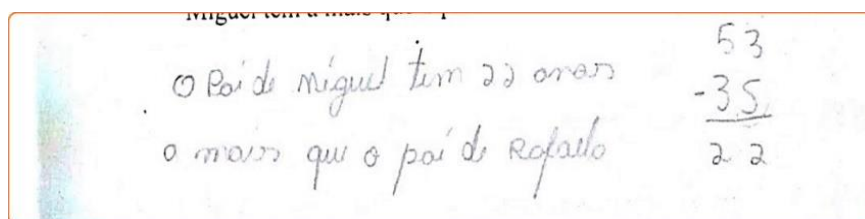


$$\begin{array}{r} 53 \\ + 35 \\ \hline 88 \end{array}$$

Fonte: Atividade diagnóstica

Enquanto, os outros 28 alunos conseguiram associar a ideia da comparação, porém erraram usando subtração com reservas (Figura 13). Na questão anterior tivemos um caso semelhante a esse, vejamos que os alunos armaram a conta correta novamente  $53 - 35 = 22$ , porém erraram por subtrair 05 de 03.

Figura 13 - Erros relacionados à subtração com reserva



O pai de Miguel tem 53 anos e mais que o pai de Rafaelo

$$\begin{array}{r} 53 \\ - 35 \\ \hline 22 \end{array}$$

Fonte: Atividade diagnóstica

As dificuldades que encontramos nessa questão corresponderam em relação ao uso da palavra *mais* na situação problema e também em relação à subtração com reserva. Porém, destacamos que foi pequena quantidade de alunos que se confundiram com a palavra *mais* no enunciado, pois nos mostrou que a interpretação do enunciado foi positiva. Já em relação à subtração com reserva, verificamos que muitos alunos ainda sentem dificuldades em resolver subtração desse tipo. Porém, mesmo o número de erros sendo maiores que os de acertos,

podemos dizer que os alunos que compreenderam a questão conseguiram identificar e utilizar a ideia de comparação, errando apenas no algoritmo.

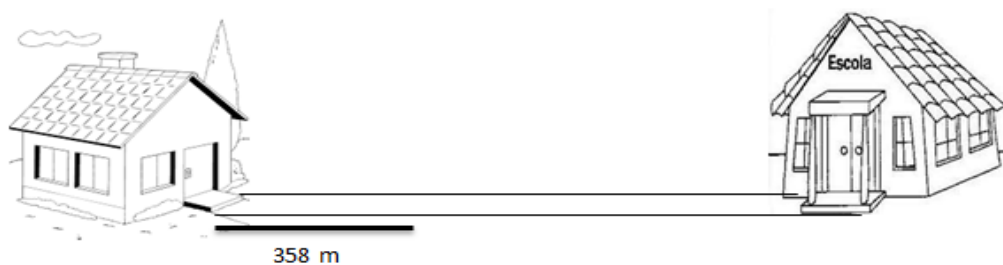
O que reforça a necessidade de trabalhar com situações concretas variadas a fim de construir um significativo conceito de sistemas de numeração decimal visando, diminuir as dificuldades expressas pelos alunos na Resolução de Problemas.

Na quarta questão (Figura 14) aplicamos uma situação problema em que os alunos tinham que utilizar a ideia de completar em uma subtração com número zero. Os critérios que utilizamos para análise nessa questão foram verificar se eles conseguiram responder a subtração corretamente com zero e se eles utilizaram à ideia de completar.

Ressaltamos que essa ideia de completar é umas das mais difíceis, pois, está relacionada com o acréscimo o que pode gerar no aluno uma dificuldade de compreensão de como utilizar a subtração, uma vez que acrescentar está associada à adição. O que nos remete ao trabalho de levar o aluno a perceber qual o todo da questão.

Figura 14 - Quarta questão da atividade

**4- Aline é professora e todos os dias acorda cedo para trabalhar. A distância de sua casa para seu trabalho é 2000 m. Aline já andou 358 m. Quantos metros Aline ainda terá que percorrer até chegar ao seu trabalho?**



Fonte: Atividade diagnóstica

Analisando as respostas dos 62 alunos que responderam a atividade, observamos que apenas 13 conseguiram responder a questão corretamente utilizando subtração com reservas (Figura 15). Podemos ver que o aluno manipulou os números algumas vezes, primeiro ele transformou 02 em 01 depois, transformou os dois 0 em 09 e por último transformou 0 em 10. Observamos que menos da metade dos alunos que resolveram a atividade acertaram essa questão. Podemos levar em consideração que subtrações que envolvem número zero os alunos tendem a ter um pouco mais de dificuldade em responder.

Figura 15 – Acertos com as reservas

$$\begin{array}{r} 2.000 \\ - 358 \\ \hline 1.642 \end{array}$$

talla 1.642 metros.

$$\begin{array}{r} 1.642 \\ + 358 \\ \hline 2.000 \end{array}$$

Fonte: Atividade diagnóstica

Em relação aos erros verificamos que 21 alunos erraram sendo que, 07 erraram usando a subtração com reservas, 08 erraram porque somaram os termos da subtração e 06 erraram por confundir o zero da subtração ao zero da multiplicação. Observamos que os alunos que somaram os dados do enunciado (Figura 16) armaram a conta  $2000 + 358$  e relacionaram o zero à soma, ou seja, erraram a questão porque utilizaram a definição de que todo número somado com zero é igual a ele mesmo ficando dessa forma:  $8 + 0 = 8$ ,  $5 + 0 = 5$ ,  $0 + 3 = 3$ .

Figura 16 – Erros por relacionar o zero à soma

$$\begin{array}{r} 2000 \\ + 358 \\ \hline 2358 \end{array}$$

Fonte: Atividade diagnóstica

Os alunos que subtraíram (Figura 17) e armaram a conta  $2000 - 358 = 2000$  erraram por relacionarem subtração à conta de multiplicação, ou seja, os alunos utilizaram a definição da multiplicação em relação ao número zero, que todo número multiplicado por zero é igual ao próprio zero, ficando assim:  $8 \times 0 = 0$ ,  $5 \times 0 = 0$ ,  $0 \times 3 = 0$ .

Figura 17 – Erros por relacionar o zero à multiplicação

$$\begin{array}{r} 2000 \\ - 358 \\ \hline 2000 \end{array}$$

Fonte: Atividade diagnóstica

Encontramos também alunos que erraram utilizando subtração com reservas (Figura 18). Percebemos que subtrações que envolvem o número zero os alunos tendem a ter mais dificuldade em responder.

Figura 18 – Erros com as reservas

$$\begin{array}{r} 2000 \\ - 358 \\ \hline 1.752 \end{array}$$

Fonte: Atividade diagnóstica

As dificuldades apresentadas nessa questão corresponderam ao fato de que poucos alunos não conseguiram relacionar a ideia de completar e também porque a maioria dos alunos não enxergou que era preciso fazer uma manipulação do mesmo número várias vezes para fazer a subtração com reserva. A quantidade de alunos que não responderam essa questão foram maiores que os erros e os acertos apresentados, correspondendo a 28 alunos.

Mais uma vez fica evidente a dificuldade com o algoritmo e também com a limitação ou formas de cálculo. Ressaltamos também que nenhum aluno utilizou outra forma de calcular, todos estavam fixos no algoritmo usual.

Na quinta questão (Figura 19), pedimos para os alunos resolverem quatro operações de subtração cada uma envolvendo um aspecto diferente de se resolver. O objetivo aqui foi verificar se os alunos conseguiam resolver cada um corretamente. Os critérios que utilizamos para a análise dessa questão levaram em consideração duas vertentes: a primeira consistiu em

analisar quantos alunos acertaram cada item individualmente e a segunda consistiu em analisar quantos alunos acertaram um, dois, três ou quatro itens simultâneos.

Figura 19 – Quinta questão da atividade

**5- Resolva as contas de subtração abaixo:**

a) $178 - 28$	b) $100 - 57$
c) $57 - 38$	d) $387 - 264$

Fonte: Atividade diagnóstica

Para melhor visualizar os índices de acerto das respostas dos 62 alunos, apresentamos no Quadro 02 a seguir.

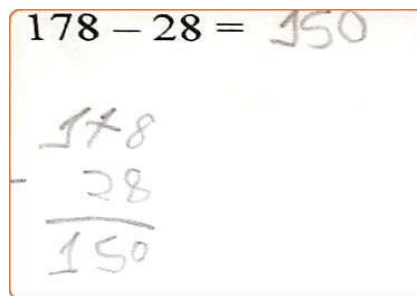
Quadro 02 – Índices de acertos da questão 05

Itens acertados	Acertos	Erros	Branco
Apenas no 1º item	41	15	06
Apenas no 2º item	13	39	10
Apenas no 3º item	20	34	08
Apenas no 4º item	45	10	07
Em dois itens simultâneos	26	24	04
Em três itens simultâneos	06	11	-
Em todos os itens	10	12	06

Fonte: Dados da pesquisa

Observamos que 41 acertaram apenas no 1º item (Figura 20), com relação a este item nós esperávamos que o índice de acertos fosse 100%, uma vez que se trata de uma subtração simples, mas 21 dos 62 alunos não obtiveram êxito, o que consideramos preocupante por se tratar de alunos do 6º ano. Entretanto, fazendo uma comparação entre os erros obtidos nessa questão em relação às anteriores percebemos que o um fator que pode ter causado esse número de erros nesse item foi o minuendo ser um número de três ordens.

Figura 20 – Exemplo de acerto do 1º item



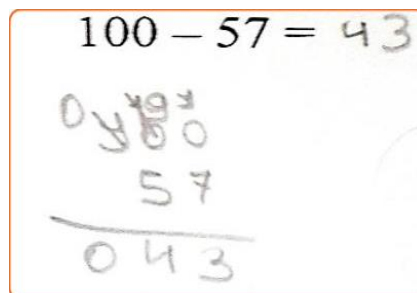
$$178 - 28 = 150$$

$$\begin{array}{r} 178 \\ - 28 \\ \hline 150 \end{array}$$

Fonte: Atividade diagnóstica

Com relação ao 2º item (Figura 21) 13 alunos acertaram o cálculo, mas esse resultado já era esperado pelo fato do minuendo ser o número 100, o que gera uma dificuldade no algoritmo devido ao processo das trocas.

Figura 21 – Exemplo de acerto do 2º item



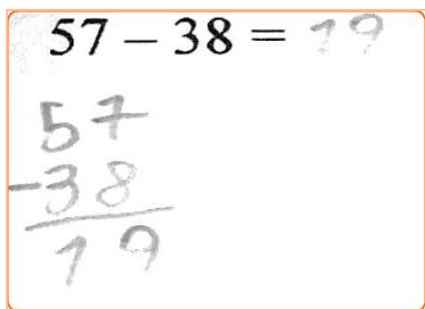
$$100 - 57 = 43$$

$$\begin{array}{r} 099 \\ 100 \\ - 57 \\ \hline 043 \end{array}$$

Fonte: Atividade diagnóstica

Quanto ao 3º item apenas 20 alunos acertaram (Figura 22) e 45 alunos acertaram apenas no 4º item (Figura 23).

Figura 22 – Exemplo de acerto do 3º item

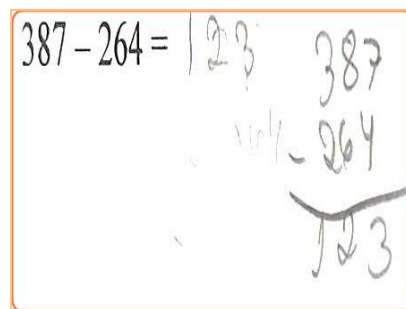


$$57 - 38 = 19$$

$$\begin{array}{r} 57 \\ -38 \\ \hline 19 \end{array}$$

Fonte: Atividade diagnóstica

Figura 23 – Exemplo de acerto do 4º item



$$387 - 264 = 123$$

$$\begin{array}{r} 387 \\ -264 \\ \hline 123 \end{array}$$

Fonte: Atividade diagnóstica

Observamos também que a quantidade de alunos que acertaram todos os itens foi muito pequena, apenas 10 alunos. Já esperávamos por isso por causa do 2º item. Mas a quantidades de alunos que acertaram três itens simultâneos também foi pequena, enquanto 26 acertaram apenas os dois itens simultâneos.

De acordo com a análise, verificamos que a quantidade de acertos foi maior que a dos erros. Podemos observar que no 4º item os números de acertos foram maiores do que nos outros itens, pois, tínhamos uma subtração mais simples a resolver.

Nessa mesma questão também observamos que os números referentes à quantidade dos erros, somados aos números em branco foram maiores quando comparamos a dos outros itens 1º, 3º e 4º. Os erros encontrados foram relacionados às subtrações com as reservas e a subtração com número zero. De acordo com o Quadro 02, o item que os alunos sentiram mais dificuldades foi em relação à subtração com zero. Uma boa parte deles não conseguiu manusear os zeros várias vezes com a subtração com reservas.

Um fato que encontramos nessa questão foi a de que um aluno não conseguiu resolver com a subtração e acabou usando a multiplicação. Segundo a professora da turma isso aconteceu porque o conteúdo que ele estava estudando no momento era multiplicação e mesmo assim erraram.

Na questão 06 (Figura 24) aplicamos uma situação problema em que os alunos tinham que resolver a subtração usando o método da decomposição. Segundo Toledo e Toledo (1997, p. 117), “esse processo consiste em adicionar um mesmo valor ao minuendo e ao subtraendo.” O critério que usamos para análise desta questão foi verificar se os alunos já tinham visto essa outra forma de resolver subtração.



Figura 24 – Sexta questão da atividade

6- Existem outras formas de resolvermos uma subtração. E, uma delas é usando o método da decomposição. Observe este tipo de algoritmo utilizado a seguir:

$$387 - 264 = 123$$

$$300 + 80 + 7$$

$$\underline{200 + 60 + 4} -$$

$$100 + 20 + 3$$

Agora, faça você mesmo:

$$273 - 28 =$$

$$200 + 70 + 3$$

$$\underline{\quad 20 + 8 \quad} -$$

Fonte: Atividade diagnóstica

Analisando as respostas dos 62 alunos, observamos que apenas 10 conseguiram acertar a questão. Esses alunos utilizaram o método da decomposição corretamente (Figura 25), observamos que os alunos pegaram os dados numéricos da questão, armaram a conta e depois subtraíram colocando a resposta abaixo da subtração já decomposta.

Figura 25 - Acertos da questão

$$\begin{array}{r}
 273 - 28 = \\
 200 + 70 + 3 \\
 \hline
 20 + 8 \\
 200 + 40 + 3
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \overset{6}{2}73 \\
 - 28 \\
 \hline
 245
 \end{array}$$

Fonte: Atividade diagnóstica

Os erros encontrados corresponderam a 21 alunos. Na figura 26 como podemos observar, o aluno escreveu o resultado como sendo 245 ao lado da sentença  $273 - 28 = 245$ , no minuendo o aluno somou  $200 + 70 + 3 = 273$  e no subtraendo além de somar ainda acrescentou mais uma centena  $100 + 20 + 8 = 128$ .

As dificuldades apresentadas destacaram a falta de familiaridade e interpretação com esse tipo de questão. Observamos também que 31 alunos deixaram a questão em branco.

Figura 26 – Principal erro

$$273 - 28 = 245$$

$$200 + 70 + 3 = 273$$

$$100 + 20 + 8 = 128$$

$$100 + 20 + 8 = 128$$

Fonte: Atividade diagnóstica

Para compreendermos melhor a análise dos resultados obtidos pelos alunos na atividade, elaboramos um questionário. Esse questionário composto por seis perguntas foi aplicado para os 62 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental para ser respondido de acordo com a atividade.

Iniciamos o questionário perguntando se eles gostaram da atividade que elaboramos. Observamos que a maioria (85,49%) respondeu que sim, enquanto isso (14,51%) dos alunos respondeu que não.

Quando perguntamos se eles sentiram dificuldades em alguma questão, a maioria respondeu que sim (72,59%), enquanto 27,41% dos alunos responderam que não.

Ao comparamos as respostas que obtivemos entre essas duas perguntas, percebemos que, os que responderam que tinha gostado da atividade na questão anterior referentes a 85,49% desses alunos 72,59% sentiram dificuldades em alguma questão.

Quando perguntamos aos alunos qual a questão que eles acharam mais fácil, eles responderam que a questão 01 (45,02%) e a questão 02 (11,83%). Observando à tabela podemos ver que (9,6%) dos alunos não informaram. No quadro a seguir veremos outras informações.

Quadro 03 - Qual questão você achou mais fácil.

Questão 01	28	45,2%
Questão 02	07	11,3%
Questão 03	05	8,1%
Questão 04	05	8,1%
Questão 05	06	9,6%
Questão 06	05	8,1%
Não informaram	06	9,6%
Total	62	100%

Fonte: Dados da pesquisa

Comparamos os resultados obtidos na atividade, percebemos que 48,38% dos alunos correspondendo a 30 alunos acertaram a questão 02 da atividade, porém apenas 11,3% considerou essa questão fácil.

Perguntamos também sobre a questão que eles acharam mais difícil, eles responderam que a questão 06 (35,5%) e a questão 05 (17,74%). Observando o Quadro 04 podemos ver que (8,06%) dos alunos não informaram. Veja o quadro a seguir.

Quadro 04 – E, qual questão você achou mais difícil.

Questão 01	05	8,06%
Questão 02	02	3,22%
Questão 03	07	11,3%
Questão 04	10	16,12%
Questão 05	11	17,74%
Questão 06	22	35,5%
Não informaram	05	8,06%
Total	62	100%

Fonte: Dados da pesquisa

Comparando os resultados obtidos na atividade, percebemos que cerca de 16,12% correspondendo a 10 alunos acertaram a questão 06 da atividade, porém 35,5% considerou essa questão difícil.

Os alunos também responderam qual a operação da Matemática que eles mais gostam. E (35,5%) dos alunos responderam a operação da adição seguido da operação de Multiplicação (20,96%). É importante lembrar que no período que as atividades e os questionários foram aplicados, os alunos estavam estudando Multiplicação. Veja que (17,74%) não informaram. Podemos observar no Quadro 05 seguir as outras informações.

Quadro 05 – Que operação da Matemática você mais gosta.

Adição	22	35,5%
Subtração	12	19,35%
Multiplicação	13	20,96%
Divisão	04	6,45%
Não informaram	11	17,74%
Total	62	100%

Fonte: Dados da pesquisa

Perguntamos também se eles já tinham visto na subtração o método da decomposição, outra forma de resolver subtração. A grande maioria respondeu que não (93,55%). Na mesma questão perguntamos também sobre o grau de dificuldade/facilidade da questão. A maioria respondeu que achou difícil (93,95%). Observe que os alunos que responderam não ter visto esse tipo de subtração, correspondem aos números de alunos que responderam que a questão era difícil. Como mostra no Quadro 06 a seguir.

Quadro 06 – Você já tinha visto uma subtração desse tipo.

Sim	04	6,45%
Não	58	93,55%
Total	62	100%
O que você achou?		
Fácil	04	6,45%
Difícil	58	93,55%
Gostou	-	-
Não gostei	-	-
Total	62	100%

Fonte: Elaboração dos pesquisadores

Com esse resultado podemos relacionar ao fato de que a maioria dos alunos não conseguiu fazer ou deixaram a questão em branco por não terem estudado o método da compensação.

A partir dessa análise, refletimos sobre o resultado e percebemos que a maioria dos alunos apresentaram dificuldades por não ter o domínio de resolver os algoritmos da subtração corretamente e também por não conhecerem outras formas de Resolução. Destacamos também que a maioria dos erros encontrados foi relacionada à subtração com reserva e em questão das dificuldades de interpretação dos enunciados.

Para melhorar esses resultados é preciso que os professores deixem de ensinar algoritmos sem antes utilizar as estratégias, pois assim os alunos acabam usando o algoritmo sem saber dos seus significados, visto que ele deve ser ensinado depois de resolver os problemas de subtração.

É preciso que os futuros professores de Matemática compreendam que a Matemática é uma disciplina que traz como consequência a Resolução de Problemas. É importante que apresentem domínio em sua área de formação como também em outras áreas, aprendam novas ideias para o ensino, que façam uma interação entre a teoria e a prática e que sejam adeptos a novos métodos de avaliação.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

As considerações feitas ao longo dessa pesquisa tinham como objetivo identificar as dificuldades apresentadas por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental na Resolução de Problemas envolvendo a operação da subtração com números naturais.

Podemos dizer que esse objetivo foi alcançado, já que identificamos por meio da análise das atividades as dificuldades apresentadas por esses alunos.

Em nossa pesquisa desenvolvemos uma atividade com seis questões onde trabalhamos as várias ideias de subtração, como as com reservas, com zero, envolvendo os algoritmos de compensação e de recurso à ordem superior como também as ideias de retirar, comparar e completar.

Aplicamos também um questionário que nos ajudou a identificar essas dificuldades, ao perguntarmos se os alunos sentiram dificuldades em alguma questão a maioria respondeu que sim 72,59%, enquanto 27,41% dos alunos responderam que não. É importante dizer também de acordo com o questionário que apenas 19,35% gostam da operação de subtração.

Segundo Van de Walle (2009), quando trabalhamos com a operação de subtração devemos levar em consideração que a subtração pode ser pensada como adição. Nessa perspectiva Toledo e Toledo (1997) nos diz que seu ensino não é tão simples por utilizar uma linguagem nos enunciados e nem tão fácil de entender podendo levar os alunos ao erro.

Os dados levantados apontaram que os alunos apresentaram maior dificuldade em relação à subtração com reservas, porém, a maioria deles conseguiram identificar nos problemas matemáticos quais os procedimentos e métodos a serem usados, encontramos também dificuldades em relação à subtração com zero, dificuldades na interpretação do enunciado como também ao armar uma sentença Matemática e dificuldades em relação às ideias da subtração. Essas dificuldades ocorreram tanto na Resolução do algoritmo quanto na Resolução das situações problemas.

É importante que os professores compreendam essas dificuldades apresentadas por seus alunos, para assim poder contribuir para sua formação.

Com isso, consideramos que os resultados apresentados nessa pesquisa possam contribuir para o processo de ensino-aprendizagem referente às resoluções de problemas de subtração no Ensino Fundamental.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Ensino de 1ª a 4ª Séries. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Ensino de 5ª a 8ª Séries. Brasília-DF: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Matemática: orientações para o professor**. SAEB/Prova Brasil, 4ª série/5º ano, Ensino Fundamental. Brasília: Inep, 2009.

D'AMBRÓSIO, U. **Como ensinar Matemática hoje?** In: *Temas e Debates*. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 1989.

DANTE, L. R. **Formulação e Resolução de Problemas de Matemática: teoria e prática**. 1ªed. São Paulo: Ática, 2009.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4ª ed. São Paulo: Atlas, 2002.

PAIVA, J. P. A. A.; RÊGO, R. G. **Resolução de Problemas no processo ensino-aprendizagem de Matemática**, 2009.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

TOLEDO, M.; TOLEDO, M. **Didática da Matemática: como dois e dois: a construção da Matemática**. São Paulo: FTD, 1997.

PARAÍBA, Secretaria de Educação. **Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental – Matemática, Ciências da Natureza e Diversidade Sociocultural**. Volume 2. João Pessoa: SEE, 2010.

VAN DE WALLE, J.A. **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Tradução Paulo Henrique Colonese. 6ªed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

## APÊNDICE 01 – Instrumento utilizado na pesquisa



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
CAMPUS IV – LITORAL NORTE  
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Prezado(a) aluno(a),

Solicitamos, gentilmente, a sua colaboração no sentido de responder este questionário que faz parte da coleta de dados do trabalho de conclusão de curso intitulado **Dificuldades de alunos do 6º ano na Resolução de questões problematizadas envolvendo Subtração com números naturais: como podemos intervir?** orientada pela Prof.<sup>a</sup> Ms. Jussara Patrícia Andrade Alves Paiva. Sua participação é de extrema importância para realização dessa pesquisa. Agradecemos a sua colaboração.

Renata Karla da Silva Oliveira

**1-** Abaixo temos algumas subtrações que estão incompletas.

A - Como devemos fazer para descobrir o termo que está faltando?

$22 - \square = 12$	$22 - 12 = \square$	$\square - 10 = 12$

B - Observe o terceiro quadradinho acima. Agora, crie uma situação problema com os números dados na operação. Use palavras, números ou figuras para mostrar o seu raciocínio.

2- Resolva a situação problema a seguir:

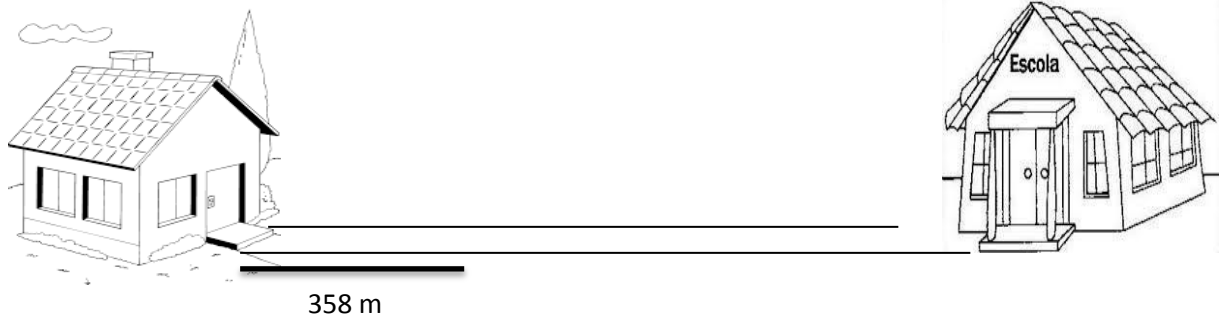
Mariana tinha 45 figurinhas. Ela deu algumas para seu amigo Daniel. Agora, Mariana tem apenas 37 figurinhas. Quantas figurinhas ela deu para Daniel?

$$\square - \square = \square$$



3- O pai de Miguel tem 53 anos e o pai de Rafaela tem 35 anos. Quantos anos o pai de Miguel tem a mais que o pai de Rafaela?

4- Aline é professora e todos os dias acorda cedo para trabalhar. A distância de sua casa para seu trabalho é 2000 m. Aline já andou 358 m. Quantos metros Aline ainda terá que percorrer até chegar ao seu trabalho?





**5-** Resolva as contas de Subtração abaixo:

$$\text{a) } 178 - 28$$

$$\text{b) } 100 - 57$$

$$\text{c) } 57 - 38$$

$$\text{d) } 387 - 264$$

6- Existem outras formas de resolvermos uma Subtração. E, uma delas é usando o método da decomposição. Observe este tipo de algoritmo utilizado a seguir:

$$387 - 264 = 123$$

$$300 + 80 + 7$$

$$\underline{200 + 60 + 4} -$$

$$100 + 20 + 3$$

Agora, faça você mesmo:

$$273 - 28 =$$

$$200 + 70 + 3$$

$$\underline{\quad 20 + 8} -$$

## APÊNDICE 02 – Questionário da atividade

De acordo com a atividade que você acabou de responder. Assinale com um X as perguntas abaixo:

**1- Você gostou da atividade?**

(   ) Sim   (   ) Não

**2- Sentiu dificuldade em alguma questão?**

(   ) Sim   (   ) Não

**3- Qual questão você achou mais fácil?**

(   ) 1º   (   ) 2º   (   ) 3º   (   ) 4º   (   ) 5º   (   ) 6º

**4- E, qual questão você achou mais difícil?**

(   ) 1º   (   ) 2º   (   ) 3º   (   ) 4º   (   ) 5º   (   ) 6º

**5- Que operação da Matemática você mais gosta?**

(   ) Adição   (   ) Subtração   (   ) Multiplicação   (   ) Divisão

**6- Você já tinha resolvido uma Subtração deste tipo?**

$$300 + 80 + 7$$

$$\underline{200 + 60 + 4} \quad -$$

$$100 + 20 + 3$$

(   ) Sim   (   ) Não

**O que você achou?**

(   ) Fácil   (   ) Difícil   (   ) Gostou   (   ) Não gostou